

منصـــة زاد أكاديمي

الدورة الأسطورية في المراجعة النهائية

BAC 2023



الإســـم: **إختبـار مــادة:**

اللقــب: **الموضـوع رقـم:** 02 / 10 مواضيع

ورقـــــة الإجابـــــة

التمريـن 01 $\quad U_{n+1} = \frac{1}{2}\left(U_n + \frac{3}{U_n}\right) \quad U_0 > \sqrt{3}$

1) أ- من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ $\quad U_{n+1} - \sqrt{3} = \frac{1}{2U_n}(U_n - \sqrt{3})^2$ (0,5)

ليكن $n \in \mathbb{N}$

$$U_{n+1} - \sqrt{3} = \frac{1}{2}\left(U_n + \frac{3}{U_n}\right) - \sqrt{3}$$

$$= \frac{U_n^2}{2U_n} + \frac{3}{2U_n} - \frac{2\sqrt{3}U_n}{2U_n} = \frac{U_n^2 + 3 - 2\sqrt{3}U_n}{2U_n}$$

$$= \frac{(U_n - \sqrt{3})^2}{2U_n} = \frac{1}{2U_n}(U_n - \sqrt{3})^2$$

ب- البرهان بالتراجع أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $P(n): U_n > \sqrt{3}$

لدنيا $U_0 > \sqrt{3}$ ومنه $P(0)$ مُحققة

(0,75) ليكن $n \in \mathbb{N}$ نفرض $P(n)$ أي $U_n > \sqrt{3}$

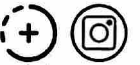
لدينا $U_{n+1} - \sqrt{3} = \frac{1}{2U_n}(U_n - \sqrt{3})^2$

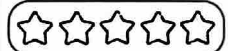
ومنه

$$U_{n+1} = \frac{1}{2U_n}(U_n - \sqrt{3})^2 + \sqrt{3} > \sqrt{3}$$

لأن $0 < \frac{1}{2U_n}(U_n - \sqrt{3})^2$ ومنه $P(n+1)$ مُحققة.

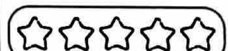




التمريـن الأول


التمريـن الثاني


التمريـن الثالث


التمريـن الرابع


التمرين الخامس




حمل التطبيق

ت - دراسة اتجاه تغير (U_n) ليكن $n\in\mathbb{N}$

$$U_{n+1} - U_n = \frac{U_n^2}{2U_n} + \frac{3}{2U_n} - \frac{2U_n^2}{2U_n} = \frac{3 - U_n^2}{2U_n}$$

له نفس إشارة $3-U_n^2$ لأن $0 < 2U_n$

ولدينا

U_n	$\sqrt{3}$	$+\infty$
$3-U_n^2$	$-$	

ومنه (U_n) متناقصة تماما

(U_n) متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة.

(0,5)

$$V_n = \ln\left(\frac{U_n-\sqrt{3}}{U_n+\sqrt{3}}\right)$$

2 أ) أ- من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ $U_{n+1}+\sqrt{3} = \frac{1}{2U_n}(U_n+\sqrt{3})^2$

(0,25)

ليكن $n\in\mathbb{N}$

$$U_{n+1}+\sqrt{3} = \frac{U_n^2}{2U_n} + \frac{3}{2U_n} + \frac{2\sqrt{3}U_n}{2U_n}$$

$$= \frac{U_n^2+3+2\sqrt{3}U_n}{2U_n} = \frac{1}{2U_n}(U_n+\sqrt{3})^2$$

ب - (V_n) هندسية أساسها 2 لأن، من أجل كل $n\in\mathbb{N}$

(0,5)

$$V_{n+1} = \ln\left(\frac{U_{n+1}-\sqrt{3}}{U_{n+1}+\sqrt{3}}\right) = \ln\left(\frac{\frac{1}{2U_n}(U_n-\sqrt{3})^2}{\frac{1}{2U_n}(U_n+\sqrt{3})^2}\right)$$

$$= \ln\left(\left[\frac{U_n-\sqrt{3}}{U_n+\sqrt{3}}\right]^2\right) = 2\ln\left(\frac{U_n-\sqrt{3}}{U_n+\sqrt{3}}\right) = 2V_n$$

V_n بدلالة U_0 و n:

$$V_n = V_0 \times q^n$$

(0,25)

$$= \ln\left(\frac{U_0-\sqrt{3}}{U_0+\sqrt{3}}\right)\times 2^n \qquad V_0 = \ln\left(\frac{U_0-\sqrt{3}}{U_0+\sqrt{3}}\right)$$

ت - بما أن (V_n) هندسية وأساسها $q > 1$

وبما أن $V_0 < 0$

$U_0 - \sqrt{3} < U_0 + \sqrt{3}$

ومنه $\frac{U_0 - \sqrt{3}}{U_0 + \sqrt{3}} < 1$ (0,1T)

إذن $\lim_{n \to +\infty} V_n = -\infty$

$\ln\left(\frac{U_0 - \sqrt{3}}{U_0 + \sqrt{3}}\right) < 0$

حساب $\lim_{n \to +\infty} U_n$ نضع $f(\ell) = \ell$ ومنه $\frac{1}{2}\left(\ell + \frac{3}{\ell}\right) = \ell$ (0,25T)

ومنه $\ell + \frac{3}{\ell} = 2\ell$ ومنه $\ell + \frac{3}{\ell} - 2\ell = 0$

ومنه $\frac{3}{\ell} - \frac{\ell^2}{\ell} = 0$ ومنه ومنه $\frac{3 - \ell^2}{\ell} = 0$

ومنه $3 - \ell^2 = 0$ ومنه $\ell = \sqrt{3}$

$\ell = -\sqrt{3}$ مرفوضة.

$U_n > \sqrt{3}$

ومنه $\lim_{n \to +\infty} U_n = \sqrt{3}$

$$S_n = \frac{U_0 - \sqrt{3}}{U_0 + \sqrt{3}} \times \frac{U_1 - \sqrt{3}}{U_1 + \sqrt{3}} \times \cdots \times \frac{U_n - \sqrt{3}}{U_n + \sqrt{3}}$$

$$= e^{V_0} \times e^{V_1} \times \cdots \times e^{V_n}$$

$$= e^{V_0 + V_1 + \cdots + V_n}$$ (0,1T)

لدينا $V_n = \ln\left(\frac{U_n - \sqrt{3}}{U_n + \sqrt{3}}\right)$

ومنه $e^{V_n} = \frac{U_n - \sqrt{3}}{U_n + \sqrt{3}}$

$$= e^{V_0 \times \frac{2^{n+1} - 1}{2 - 1}} = e^{\ln\left(\frac{U_0 - \sqrt{3}}{U_0 + \sqrt{3}}\right) \times (2^{n+1} - 1)}$$

التمرين الثاني :

عدد الحالات الممكنة $C_9^3 = 84$

1) أ- احتمالات الحوادث $P(A) = \frac{Card(A)}{Card(\Omega)} = \frac{C_2^1 \times C_7^2 + C_7^3}{C_9^3} =$

$$P(B) = \frac{C_4^3 + C_3^3}{C_9^3} = \frac{5}{84}$$ (0,5) ×4

$$P(C) = \frac{C_3^2 \times C_6^1}{C_9^3} = \frac{18}{84}$$

نعتبر D "الحصول على ثلاثة كريات تحمل ألوان العلم الوطني"

$$P(D) = \frac{C_2^1 \times C_3^1 \times C_4^1}{C_9^3} = \frac{24}{84}$$

2 أ) - القيم الممكنة للمتغير العشوائي هي $\{0, \alpha, 2\alpha, 3\alpha\}$

لأنه لدينا أربع حالات ممكنة (0,5)

الحالة الأولى : عدم سحب أي كرية حمراء $X = 0$

الحالة الثانية : سحب كرية حمراء بالضبط $X = \alpha$

الحالة الثالثة سحب كريتين حمراوين بالضبط $X = \alpha + \alpha = 2\alpha$

الحالة الرابع سحب ثلاث كريات حمراء $X = \alpha + \alpha + \alpha = 3\alpha$

قانون الاحتمال :

x_i	0	α	2α	3α
P_i	$\frac{10}{84}$	$\frac{40}{84}$	$\frac{30}{84}$	$\frac{4}{84}$

(1)

$$P(X=0) = \frac{C_5^3}{C_9^3} = \frac{10}{84}$$

$$P(X=\alpha) = \frac{C_4^1 \times C_5^2}{C_9^3} = \frac{40}{84}$$

$$P(X=2\alpha) = \frac{C_4^2 \times C_5^1}{C_9^3} = \frac{30}{84}$$

$$P(X=3\alpha) = \frac{C_4^3}{C_9^3} = \frac{4}{84}$$

حساب $E(X)$ بدلالة α

$$E(X) = \sum_{i=1}^{4} x_i P_i$$

$$= \frac{40\alpha + 60\alpha + 12\alpha}{84} = \frac{112\alpha}{84} \quad (0{,}25)$$

نضع $|E(X)-1| \leq 2$ ومنه $\left|\frac{112\alpha - 84}{84}\right| \leq 2$ $(0{,}25)$

ومنه $-2 \leq \frac{112\alpha - 84}{84} \leq 2$ ومنه $-168 \leq 112\alpha - 84 \leq 168$

ومنه $-84 \leq 112\alpha \leq 252$

ومنه $\frac{-84}{112} \leq \alpha \leq \frac{252}{112}$ ، $-\frac{3}{4} \leq \alpha \leq \frac{9}{4}$

ومنه $\alpha \in \{1 ; 2\}$

التمرين 03: نضع $Z^3+1=0$ تكافئ $(Z+1)(Z^2-Z+1)=0$

ومنه $Z+1=0$ ① ومنه $Z=-1$

أو

$Z^2-Z+1=0$ ② ومنه

لدينا $\Delta=b^2-4ac$

$=1-4=-3$

(0,1 ن)

نأخذ $(\sqrt{3}i)^2=-3$ ومنه $Z_A=Z_1=\frac{1-\sqrt{3}i}{2}=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$

$Z_B=Z_2=\overline{Z_1}=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ $\qquad Z_C=aZ_A$

ومنه مجموعة الحلول هي $S=\left\{-1, \frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i, \frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$

كتابة Z_C على الشكل الأسي:

$|Z_A|=r_1=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^2}$

$=1$

نضع $\arg(Z_A)=\theta_1$

$\cos\theta_1=x/r_1=\frac{1}{2}$

$\sin\theta_1=y/r_1=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

ومنه $\theta_1=\frac{-\pi}{3}+2k\pi$

حيث $k\in\mathbb{Z}$

$Z_A=r_1e^{i\theta_1}=1\times e^{-i\pi/3}$

ومنه $Z_C=aZ_A=\alpha e^{i\theta}\cdot e^{-i\pi/3}$ (0,1 ن)

$=\alpha e^{i(\theta-\pi/3)}$

Z_B على الشكل الأسي

$|Z_B|=|\overline{Z_A}|=1$

$\arg(Z_B)=-\arg(Z_A)=\pi/3+2k\pi$

ومنه $Z_B=e^{i\pi/3}$

لدينا

$$Z_B^{1438} = \left(e^{i\pi/3}\right)^{1438} = e^{i\frac{1438\pi}{3}}$$

$1438 = 3\times 479 + 1$

ومنه $\frac{1438\pi}{3} = 479\pi + \frac{\pi}{3}$

$= 478\pi + \pi + \frac{\pi}{3}$

$= 478\pi + \frac{4\pi}{3}$

لدينا

$$= e^{i\frac{4\pi}{3}} = 1\times\left(\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right)$$

$$= -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$$ (0,25)

$$Z_A^{2017} = \left(e^{-i\frac{\pi}{3}}\right)^{2017} = e^{-i\frac{2017\pi}{3}}$$

$-2017 = 3\times -672 - 1$

$\frac{-2017\pi}{3} = -672\pi - \frac{\pi}{3}$

$$= e^{-i\pi/3}$$ (0,25)

$$= Z_A = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$(Z_A)^{2017} - Z_B^{1438} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = 1$$ (0,25)

$$L = \sqrt{6} - \sqrt{2} - (\sqrt{6} + \sqrt{2})i$$

لدينا $L^2 = -8\sqrt{3} - 8i$

$$L^2 = \left(\sqrt{6} - \sqrt{2} - (\sqrt{6} + \sqrt{2})i\right)^2$$ (0,25)

$$= (\sqrt{6} - \sqrt{2})^2 - (\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 - 2(\sqrt{6} - \sqrt{2})(\sqrt{6} + \sqrt{2})i$$

$$= 6 + 2 - 2\sqrt{12} - (6 + 2 + 2\sqrt{12}) - 2\times 4\, i$$

$$= -4\sqrt{12} - 8i = -4\sqrt{4\times 3} - 8i = -8\sqrt{3} - 8i$$

كتابة L^2 على الشكل الأسي :

$$|L^2| = \sqrt{(-8\sqrt{3})^2 + (-8)^2} = 16$$ (0,25)

$$\cos\theta_2 = \frac{x}{r} = \frac{-8\sqrt{3}}{16} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \sin\theta_2 = -\frac{8}{16} = -\frac{1}{2}$$

ومنه $\theta_2 = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{6\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$

$$L^2 = 16 e^{i\frac{7\pi}{6}}$$

$$= 16\left(\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)\right)$$

استنتاج طويلة وعمدة L،

$$|L^2| = |L|^2$$

$$16 = |L|^2$$

(0,25)

ومنه $|L| = 4$

ومنه جهة أخرى $\arg(L^2) = 2\arg(L)$ ومنه $\arg(L) = \frac{\arg(L^2)}{2}$

$$= \frac{7\pi/6}{2} = \frac{7\pi}{12}$$

$$L = \sqrt{6} - \sqrt{2} - (\sqrt{6} + \sqrt{2})i$$

$$= 4\left(\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)\right)$$

(0,25)

$$= 4\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) + i\,4\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$$

ومنه $\begin{cases} \cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \\ \sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \frac{-(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{4} \end{cases}$

ومنه $\frac{19\pi}{12} = \frac{7\pi}{12} + \pi$

$$\begin{cases} \cos\left(\frac{19\pi}{12}\right) = -\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) \\ \sin\left(\frac{19\pi}{12}\right) = -\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) \end{cases}$$

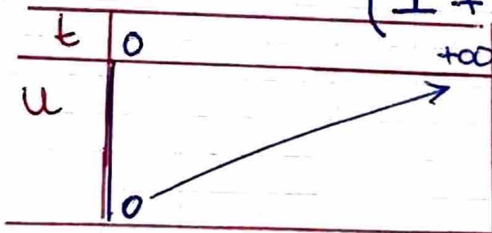
التمرين 04 :

$$u(t) = 3\ln(1+t) - \frac{t}{1+t}$$

I.1) دراسة اتجاه تغير u : من أجل كل $t \in]0,+\infty[$

$$u'(t) = 3\cdot\frac{1}{1+t} - \frac{1}{(1+t)^2} = \frac{3(1+t)-1}{(1+t)^2}$$

$$= \frac{3t+2}{(1+t)^2} > 0 \quad (1)$$



ومنه u متزايدة تماما على $]0,+\infty[$

من أجل كل $t\in]0,+\infty[$ $u(t)>0$

$$\begin{cases} f(x) = x^3(\ln(x+1) - \ln(x)) \,,\; x\in]0,1] \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

2 - أ) f قابلة للإشتقاق على يمين 0 لأن :

$$\lim_{x \overset{>}{\to} 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x \overset{>}{\to} 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \overset{>}{\to} 0} x^2(\ln(x+1) - \ln(x))$$

$$= \lim_{x \overset{>}{\to} 0} \left(x^2\ln(x+1) - x^2\ln(x)\right) = 0 \quad (0,5)$$

لأن $\lim_{x \overset{>}{\to} 0} x^2\ln(x) = 0$

ب - المشتقة : ليكن $x\in]0,1]$ (1)

$$f'(x) = 3x^2\left(\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)\right) + x^3\left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}\right)$$

$$= x^2\left(3\ln\left(\frac{x+1}{x}\right) - \frac{1}{x+1}\right) = x^2 u\left(\frac{1}{x}\right) > 0$$

لأن

$$u\left(\frac{1}{x}\right) = 3\ln\left(1+\frac{1}{x}\right) - \frac{1/x}{1+\frac{1}{x}}$$

$$= 3\ln\left(\frac{x+1}{x}\right) - \frac{1}{x+1}$$

من أجل كل $x \in]0,1]$ ، $f'(x) > 0$ ومنه f متزايدة تماما على $[0,1]$

جدول تغيرات :

x	0	1
$f'(x)$	0 +	
$f(x)$	0 ↗	$\ln(2)$

(0,25)

$$\begin{cases} h(x) = x^3 \ln(x) \\ h(0) = 0 \end{cases}$$

$$g(x) = x^3 \ln(x+1)$$

ليكن $x \in [0,1]$ من أجل كل $x \in]0,1]$

$$g(x) - h(x) = x^3 \ln(x+1) - x^3 \ln(x)$$
(0,25)
$$= x^3 (\ln(x+1) - \ln(x)) = f(x)$$

$$g(0) - h(0) = 0 - 0 = 0 = f(0)$$

ب - الوضع النسبي بين (C_f) و (C_g) ليكن $x \in]0,1]$

$$f(x) - g(x) = -h(x) = -\underset{\oplus}{x^3} \underset{\ominus}{\ln}(x) > 0$$

ومنه (C_f) فوق (C_g) على $]0,1]$

(1)

$f(0) = 0$ $g(0) = 0$

(C_g) يتقاطع مع (C_f) في $O(0,0)$

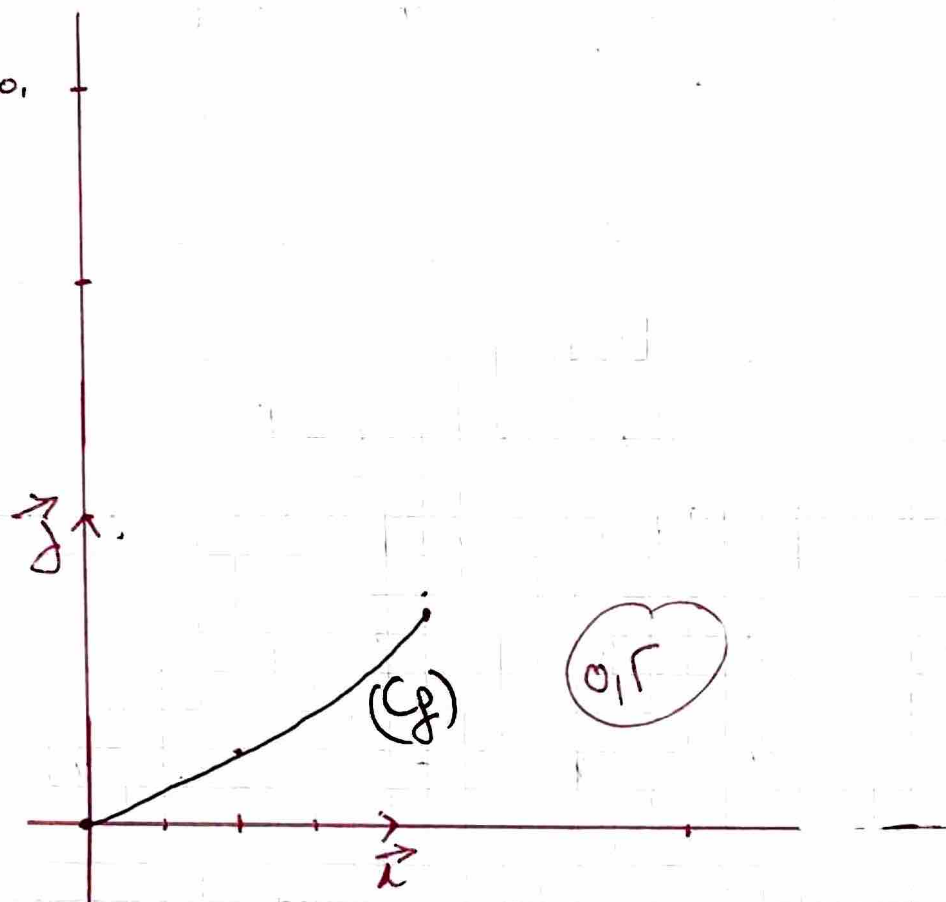
(T) و (T') متوازيان لأن $h'(x) = g'(x) - f'(x)$

$h'(x) = x^2(3\ln(x) + 1)$ $h'(e^{-\frac{1}{3}}) = (e^{-\frac{1}{3}})^2 \times (3 \times -\frac{1}{3} + 1)$

(0,25)

$= 0$

ومنه $0 = g'(e^{-1/3}) - f'(e^{-\frac{1}{3}})$ ومنه $g'(e^{-\frac{1}{3}}) = f'(e^{-\frac{1}{3}})$



$$A_\alpha = \int_\alpha^1 x^3 \ln(x)\,dx \qquad \alpha \in]0;1]$$

$$= \left[H(x)\right]_\alpha^1 = H(1) - H(\alpha) = -H(\alpha)$$ (0,2)

$$A_\alpha = \int_\alpha^1 x^3 \ln(x)\,dx \qquad u = \ln(x) \rightarrow u' = \frac{1}{x}$$

$$v' = x^3 \rightarrow v = \frac{1}{4}x^4$$

$$= \left[\frac{1}{4}x^4 \ln(x)\right]_\alpha^1 - \frac{1}{4}\int_\alpha^1 x^3\,dx$$

$$= 0 - \frac{1}{4}\alpha^4 \ln(\alpha) - \frac{1}{4}\left[\frac{1}{4}x^4\right]_\alpha^1$$ (0,2)

$$= -\frac{1}{4}\alpha^4\ln(\alpha) - \frac{1}{16}\left(1-\alpha^4\right) = -\frac{1}{4}\alpha^4\ln(\alpha) + \frac{1}{16}\alpha^4 - \frac{1}{16}$$

ولدينا $-H(0) = \lim_{\alpha \to 0} A_\alpha$ ومنه $H(0) = -\lim_{\alpha \to 0} A_\alpha$

$$= \frac{1}{16}$$ (0,2)

$$S = \int_0^1 (f(x) - g(x))\,dx = \int_0^1 -x^3 \ln(x)\,dx$$

$$= -\int_0^1 x^3 \ln(x)\,dx = H(0) \quad (0,25)$$

$$= \frac{1}{16} = \frac{1}{16} \times 16\,cm^2 = 1\,cm^2$$

التمرين الخامس :

II) نعتبر المعادلة $21x - 17y = 8$ ①

1) أ- تعيين الثنائية (x_0, y_0) حل للمعادلة ① (0,25)

لدينا $21 = 17\times1 + 4$ ومنه $21\times1 - 17\times1 = 4$

ومنه $21\times2 - 17\times2 = 8$ ومنه $(2,2)$ حل لـ ①

ب- حل المعادلة ① في $\mathbb{N}^2$

نضع $21x - 17y = 0$ ② ومنه $21x = 17y$ و $17 / 21x$

وبما أن 17 أولي مع 21 فإنه حسب غوص $17 | x$

إذن $x = 17k$ حيث $k \in \mathbb{N}$

بالتعويض في ② نجد $21 \times 17k = 17y$

ومنه $y = 21k$ ومنه حلول ②

$$\begin{cases} x = 17k \\ y = 21k \end{cases}$$

حيث $k \in \mathbb{N}$ (1)

نضع
$$\begin{cases} 21x - 17y = 8 \\ 21\times2 - 17\times2 = 8 \end{cases}$$

ومنه $21(x-2) - 17(y-2) = 0$

بوضع

$X = x - 2$

$Y = y - 2$

نجد ② من حلول $21X - 17Y = 0$; $X = 17l$, $Y = 21l$, $l \in \mathbb{N}$

ومنه $\begin{cases} x = 17l + 2 \\ y = 21l + 2 \end{cases}$ حيث

2 - دراسة بواقي قسمة 9^n على 13

0.5 $9^0 \equiv 1\ [13]$, $9^1 \equiv 9\ [13]$, $9^2 \equiv 3\ [13]$

ومنه $9^3 \equiv 1\ [13]$ ومنه $9^{3l} \equiv 1\ [13]$

ومنه $9^{3l+1} \equiv 9\ [13]$ ومنه $9^{3l+2} \equiv 3\ [13]$

n	$3l$	$3l+1$	$3l+2$
باقي قسمة 9^n على 13	1	9	3

$3^{34B+20} - 9^{21\alpha} - 2 \equiv 0\ [13]$

ب) لتكن (α, B) حل للمعادلة ①

$\begin{cases} \alpha = 17l + 2 \\ B = 21l + 2 \end{cases}$

$3^{34B+20} \equiv 3^{2(17B+10)} \equiv (3^2)^{17B+10} \equiv 9^{17B+10}$ ③

$\equiv 9^{357l+44} \equiv 3\ [13]$

$357l + 44 = 3(119l + 14) + 2 = 3K + 2$

1

ومن جهة أخرى

$9^{21\alpha} \equiv 9^{21(27l+2)} \equiv 9^{3(7\times(27l+2))}$ ④

$\equiv 9^{3K'} \equiv 1\ [13]$

من ③ $3^{34B+20} \equiv 3\ [13]$

من 4 $9^{21\alpha} \equiv 1\ [13]$

بالطرح $3^{34B+20} - 9^{21\alpha} - 2 \equiv 2 - 2\ [13]$
$\equiv 0\ [13]$

3) أ- نتكن (x,y) حل لـ ① أي $21x-17y=8$

ونضع $x\equiv 0[4]$ ومنه $x=4P$ بالتعويض في ①

$21\times 4P-17y=8$ ومنه $17y=21\times 4P+8$

$17y=4(21P+2)$

حسب غوص $4|y$

ومنه $y\equiv 0[4]$

ليكن $d=PGCD(x,y)$ $d|17k+2$

$d|21k+2$

$d|(17k+2)\times 21-(21k+2)\times 17$

$d|8$

ومنه $d\in\{1,2,\boxed{4},8\}$

$x\equiv 0[4]$

أي $17k\equiv -2[4]$

ولدينا $16k\equiv 0[4]$

$k\equiv -2[4]$

ومنه $k\equiv 2[4]$

$k=4k_1+2$

إذن $k_1\neq 2P+1$

ومنه $k_1=2P$ بالتعويض $k=8P+2$

$x\equiv 0[8]$

$17k\equiv -2[8]$

$16k\equiv 0[8]$

ومنه $k\equiv 6[8]$

$k=8k_2+6$

$=4(2k_2+1)+2$

$(x,y)=(136P+36,168P+44)$

0.5

0.5

I/ ① تعيين الأعداد a و b و c :

$P = bc = \overline{545} = 5 + 4a + 5a^2$

$S = b + c = \overline{46} = 6 + 4a$

b و c هما حلا المعادلة $x^2 - (4a+6)x + 5a^2 + 4a + 5 = 0$

لدينا $\Delta = 4(-a^2 + 8a + 4)$

وحتى يكون $\Delta > 0$ يجب أن يكون $a \in]2-\sqrt{20}, 2+\sqrt{20}[$

إذن $a = 7$ أو $a = 8$

0,1

نضع $a = 7$ ومنه $\Delta = 11$ مرفوض

نضع $a = 8$ ومنه $\Delta = 16$

ومنه $c = 21$ $b = 17$

ومنه $a = 8$, $b = 17$, $c = 21$